

報告

数学科サイト上の 数式処理ソフト Maple 活用教材のリニューアル Renewal of Maple-based learning materials for mathematics on the Math Department website

中村俊子^{*1}・紀藤優太^{*2}NAKAMURA, Toshiko^{*1}; KITOH, Yuta^{*2}

概要

城西大学理学部数学科では、一部の科目で数式処理ソフト Maple を利用した数学の教育を行っている。Maple を用いると、微分積分や行列などの計算が可能で、また、計算結果をグラフやアニメーションを用いて視覚的に理解できるため、数式処理の学習だけでなく、抽象的な数学の概念や定理、公式などの定着とより深い理解に役立てることができる。2018 年度からの情報科学研究センター新教育研究システム SCNL における Maple バージョンアップに合わせて、学科ホームページサイトに掲載している Maple 活用教材の改訂ならびに、実習問題の正解例の整備、新規コンテンツの追加を行ったので報告する。

1. はじめに

Maple は 1980 年代にカナダの Waterloo 大学で開発された数式処理ソフトである。Maple を用いると、式変形や代入計算、微分積分や行列などの計算が可能で、また、数値計算やシミュレーション結果をグラフやアニメーションを用いて 2 次元あるいは 3 次元に可視化できる。このように Maple は計算過程から結果までを視覚的に理解することを容易にし、数学のみならず機械設計、制御設計、エレクトロニクス、航空宇宙など工学の幅広い分野で活用されている。

城西大学理学部数学科では、一部の科目で Maple を利用した数学の教育を行っており、数式処理の学習だけでなく、様々な計算を行い、その結果をグラフやアニメーション表示することにより、定義などの数学の概念や定理、公式の定着とより深い理解に役立てている。2003 年に著者の一人である中村は坂田義晃氏と、大学 1 年次に学習する線型代数学と微分積分学の内容を中心に Maple による学習教材を作成し、自習用教材としてインターネット上で閲覧できるように HTML 言語を用いて Web ページ (<http://math.josai.ac.jp/~toshiko/maple/maple.html>) にまとめた ([4])。この教材は 2003 年当時、情報科学研究センターの情報教育システム SCNL に導入されていた Maple7 に対応するものであったため、Maple のバージョンアップに伴い、2008 年に中村は玉城義将氏と

^{*1}城西大学理学部数学科 ・ ^{*2}埼玉平成中学・高等学校

共同で Maple10 を想定した教材へと改訂するとともに、「多変数関数の微分積分」や「微分方程式」などの解析学分野のコンテンツの充実を図った ([5])。

2018 年度に導入された SCNL2018 で Maple2017 にバージョンアップされたことに合わせて、更なる教材の改訂を行ったので本稿において報告する。改訂では、Maple のバージョンアップに対する修正の他、これまで教材の実習問題には正解例がほとんど無かったので、教育効果の向上を図るため、正解例を作成し各実習問題直後の [正解例] ボタンをクリックすると閲覧できるようにした。さらに、微分方程式の応用として Maple のアニメーション機能を活用して、第 22 章の微分方程式（連立方程式）の章に「放物運動」、第 23 章のアニメーションの章に「サイクロイドの動画」と「振り子運動」の新規コンテンツを追加した。

2. Maple 活用教材

以下では、改訂した Maple 活用教材を紹介する。紙面の都合上、本稿では Web 教材の構成と追加した新規コンテンツのみを取り上げる。詳細について興味のある方は、数学科サイトの Web 教材 (<http://math.josai.ac.jp/~toshiko/maple/maple.html>) をご覧頂きたい。

2.1 教材の構成

教材は全部で 23 の章から成り、第 1 章から第 9 章では、Maple の基本的な操作方法から始まり、基本的な計算問題や、高校数学および線型代数学の範囲の代数方程式、ベクトル演算、行列演算などを扱っている。第 10 章以降では、1 変数および 2 変数関数の微分積分の内容からフーリエ級数や微分方程式など解析学における様々な題材を扱っており、また、グラフやアニメーションの表示の習得と合わせて、視覚的に理解しながら数学の学習を進められるようにしている。

教材の目次は以下の通りである。

- 第 1 章 Maple とは
- 第 2 章 Maple の起動と終了
- 第 3 章 基本的な計算
- 第 4 章 代入計算
- 第 5 章 多項式の計算
- 第 6 章 代数方程式（1 変数の方程式）
- 第 7 章 代数方程式（連立方程式）
- 第 8 章 ベクトル計算
- 第 9 章 行列計算
- 第 10 章 微積分の計算
- 第 11 章 グラフの作成
- 第 12 章 印刷

第 13 章	テイラー展開
第 14 章	平面曲線・空間曲線
第 15 章	フーリエ級数
第 16 章	2 変数関数のグラフ
第 17 章	第 2 次偏導関数と 2 変数関数の極値
第 18 章	陰関数
第 19 章	条件付き極値
第 20 章	曲面
第 21 章	微分方程式（単独方程式）
第 22 章	微分方程式（連立方程式）
第 23 章	アニメーション

教材の作成にあたり、定理や公式の証明は省略しているが、必要な定義や公式などは注釈として可能な限り述べてある。また、Maple の操作方法は、初めて利用する人にも理解できるよう平易に解説するよう心掛けている。

2.2 新規コンテンツ

新たに追加した

第 22 章微分方程式（連立方程式） 「放物運動」

第 23 章アニメーション 「サイクロイドの動画」、「振り子運動」

の内容を紹介する。

22章 微分方程式(連立方程式)

放物運動

水平方向には前章の第1節で学んだ等速運動、垂直方向には等加速度運動をする動点の動きを考えてみましょう。

例えば、x 軸方向に一定の速度2、y 軸方向に一定の加速度 -9.8 で動く動点 P の時刻 t における位置を $(x(t), y(t))$ と表すと

$$x'(t) = 2, \quad y''(t) = -9.8$$

が成り立ちます。初期条件 $x(0)=0, y(0)=0, y'(0)=9$ を満たす解を求め、シミュレーションを行ってみましょう。

```

> with(DEtools):

> dsolve({diff(x(t), t) = 2, diff(y(t), t, t) = -9.8, x
(0) = 0, y(0) = 0, (D(y))(0) = 9}, {x(t), y(t)})

> plot([rhs(op(1, %)), rhs(op(2, %)), t = 0 .. 2],
scaling = constrained)

> animate(pointplot, [[rhs(op(1, `%%`)), rhs(op
(2, `%%`))]], t = 0 .. 2, scaling = constrained,
symbol = solidcircle, symbolsize = 40)

> display({%, %%})

```

と入力し描かれたグラフをクリックして表示されるメニューバー上のアニメーション再生ボタンをクリックすると、アニメーションが始まります。

23章 アニメーション

サイクロイド

サイクロイドは、円が x 軸に接しながら回転するとき、その周上に固定された点 P の軌跡として定義されます。円の半径と a とすると、

$$\begin{aligned}
 x &= a (\theta - \sin \theta) \\
 y &= a (1 - \cos \theta)
 \end{aligned}$$

と表せます。a=1 の場合に、 θ を 0 から 2π まで動かした時の軌跡を描いてみましょう。

```

> with(plots):

> animatecurve([t-sin(t), 1-cos(t), t = 0 .. 2*Pi],
scaling = constrained, frames = 16)
(サイクロイドを描く)

> animate([cos(s)+t, sin(s)+1, s = 0 .. 2*Pi], t = 0
.. 2*Pi, scaling = constrained)
(回転する円のシミュレーション)

```

```
> animate([s*(t-sin(t))+(1-s)*t, s*(1-cos(t))
+1-s, s = 0 .. 1], t = 0 .. 2*Pi, scaling =
constrained)

(動径のシミュレーション)

> display({%, %%, %%%})
```

振り子の運動

原点 (0,0) に回転軸をもつ振り子が、重力の作用により運動する様子を考えます。
時刻 t において、振り子の糸が鉛直下向きと半時計回りを正の向きにとり、 $s(t)$ の角度をなす時

$$ml s''(t) = -mg \sin s(t)$$

が成り立ちます。ここで、 m はおもりの質量、 g は重力加速度、 l は糸の長さを表します。 $l=g$ の場合に、初期条件 $s(0)=0$ 、 $s'(0)=0.8$ を満たす解を求め、シミュレーションしてみましょう。厳密解は求められないので、**dsolve** コマンドのオプションで **numeric** と指定して、数値解を求めることにします。

```
> with(plots):

> dsolve({diff(s(t), t, t) = -sin(s(t)), s(0) = 0, (D
(s))(0) = .8}, numeric, output = listprocedure);

> odeplot(%, [sin(s(t)), -cos(s(t))], t = 0 .. 30,
style = point, frames = 100, scaling =
constrained)
```

実習23.1 上の振り子の運動について、初期条件が以下の場合についてのアニメーションを作成してみましょう。

- (1) $s(0)=\pi/2$ 、 $s'(0)=0$
- (2) $s(0)=0$ 、 $s'(0)=1.8$
- (3) $s(0)=0$ 、 $s'(0)=2.2$

[\[正解例\]](#)

最後に、新規コンテンツの実習 23.1 の正解例を掲載する。正解例のプロンプト (>) に続く部分が入力コマンドで、右端に (1) ～ (3) と番号付けされた数式部分と座標平面が Maple の出力である。実際の Maple ワークシート上では、odeplot コマンドを実行後、出力された座標平面をクリックしてアニメーションツールバーを表示し、再生ボタン (▶) からアニメーションを実行する。

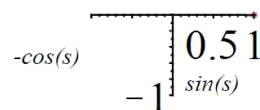
実習 23.1 正解例

〔実習 23.1〕

> with(plots) :

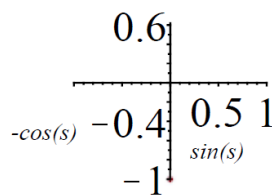
〔(1) $s(0) = \text{Pi}/2$, $s'(0) = 0$ の場合〕

```
> dsolve( { diff(s(t), t, t) = -sin(s(t)), s(0) = Pi/2, D(s)(0) = 0 }, numeric, output
          = listprocedure )
          [ t = proc(t) ... end proc, s(t) = proc(t) ... end proc, d/dt s(t) = proc(t) ... end proc ] (1)
> odeplot(%, [sin(s(t)), -cos(s(t))], t = 0 .. 30, style = point, frames = 100, scaling
          = constrained)
```



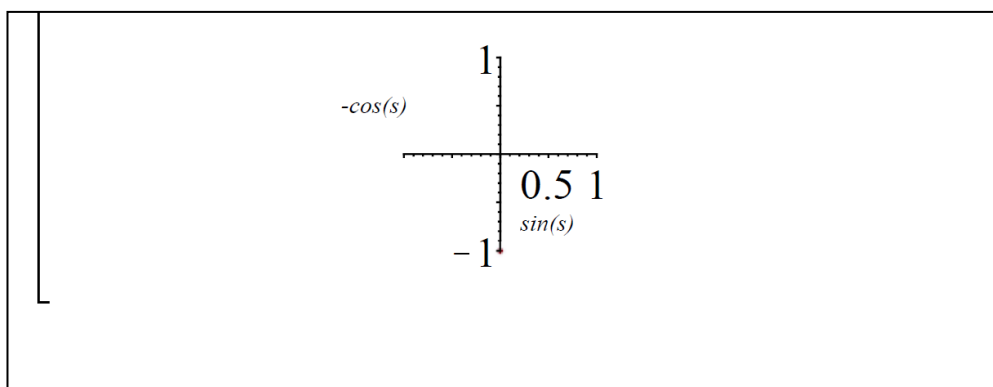
〔(2) $s(0) = 0$, $s'(0) = 1.8$ の場合〕

```
> dsolve( { diff(s(t), t, t) = -sin(s(t)), s(0) = 0, D(s)(0) = 1.8 }, numeric, output
          = listprocedure )
          [ t = proc(t) ... end proc, s(t) = proc(t) ... end proc, d/dt s(t) = proc(t) ... end proc ] (2)
> odeplot(%, [sin(s(t)), -cos(s(t))], t = 0 .. 30, style = point, frames = 100, scaling
          = constrained)
```



〔(3) $s(0) = 0$, $s'(0) = 2.2$ の場合〕

```
> dsolve( { diff(s(t), t, t) = -sin(s(t)), s(0) = 0, D(s)(0) = 2.2 }, numeric, output
          = listprocedure )
          [ t = proc(t) ... end proc, s(t) = proc(t) ... end proc, d/dt s(t) = proc(t) ... end proc ] (3)
> odeplot(%, [sin(s(t)), -cos(s(t))], t = 0 .. 30, style = point, frames = 100, scaling
          = constrained)
```



参考文献

- (1) K. M. ヒール, M. L. ハンセン, K. M. リカード (示野信一, 管野幸夫, 西山享, 橋本隆司, 室正和 訳), MapleV リリース 5 ラーニングガイド, シュプリンガー・フェアラーク東京, 東京, 1998 年.
- (2) 神保秀一, 微分方程式概論 [新訂版], 新・数理/工学ライブラリ 応用数学 1, 数理工学社, 東京, 2018 年.
- (3) 金子晃, 数理系のための基礎と応用 微分積分 I—理論を中心に—, ライブラリ理工新数学 T1, サイエンス社, 東京, 2000 年.
- (4) 中村俊子, 坂田義晃, 数式処理システムを用いた数学教材の Web サイトの構築, 城西情報科学研究, 第 14 巻第 1 号 (2004), 9-31.
- (5) 中村俊子, 玉城義将, 数式処理ソフトを用いた解析学 Web 教材の作成, 城西情報科学研究第 18 巻第 1 号 (2008), 33-60.
- (6) 示野信一, MapleV で見る数学ワールド, シュプリンガー・フェアラーク東京, 東京, 1999 年.